

**Чернівецький національний університет**

**імені Юрія Федьковича**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету  
прикладної математики

( Черевко І.М.)

(підпис прізвище, ініціали)

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА**  
**(за кредитно-модульною системою навчання)**

З курсу \_\_\_\_\_ *Комп'ютерна алгебра* \_\_\_\_\_

(назва навчального предмета)

Для спеціальності \_\_\_\_\_ *6.040301 – Прикладна математика* \_\_\_\_\_

• \_\_\_\_\_ (номер, назва спеціальності або спеціальностей)

Факультет \_\_\_\_\_ *Прикладної математики* \_\_\_\_\_

Кафедра \_\_\_\_\_ *Прикладної математики* \_\_\_\_\_

Нормативні дані / Форма навчання	Курс	Семестри	Всього годин	Кількість кредитів	Лекції (годин)	Лабораторні заняття (годин)	Самостійна робота (годин)	Залік (семестр)	Екзамен (семестр)
Денна	3	6	108	3	18	36	54	6	–
Заочна	3	6	108		4	8	96	6	–

## Зміст програми

Пояснювальна записка до курсу .....	2
Тематика змістових модулів та їх основні положення .....	3
Тематика лабораторних робіт, їх оцінювання і терміни здачі .....	5
Тематика індивідуальних завдань, їх оцінювання і терміни здачі .....	9
Питання і завдання для самостійної роботи .....	11
Питання для поточного контролю набутих знань .....	12
Модуль контроль (підсумковий).....	13
Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів за шкалою ECTS та національною шкалою .....	15
Список рекомендованої літератури .....	16

### Пояснювальна записка до курсу

**Мета вивчення дисципліни** “Комп’ютерна алгебра” — опанувати методи комп’ютерної алгебри, які є найсучаснішим засобом розв’язування математичних задач, і набути практичні навички проведення символічних обчислень.

**Завдання вивчення дисципліни:** вивчення цієї дисципліни дасть змогу студентам зрозуміти та засвоїти сучасні методи розробки чисельних і символічних алгоритмів, а також стане підґрунтям для самостійного розв’язування математичних задач.

**Компетенції, якими має оволодіти студент у процесі вивчення дисципліни:** у результаті вивчення дисципліни студенти повинні **знати** основні поняття з програмного матеріалу даного курсу; **вміти** використовувати вивчений матеріал при вирішенні конкретних задач, застосовувати теоретичні знання на практиці.

Предметом курсу є символічні та числові операції з дисципліни математичного аналізу, лінійної алгебри, диференціальних рівнянь, методів обчислень, аналітичної геометрії.

**Рекомендований рівень попередньої підготовки:** навчальний курс базується на знаннях, здобутих при вивченні таких дисциплін, як “Програмування”, “Математичний аналіз”, “Лінійна алгебра”, “Обчислювальні методи”.

**Освітньо-кваліфікаційний рівень підготовки:** бакалавр

**Шифр та назва напрямку (спеціальності):** 0403 – Прикладна математика, (6.040301 – Прикладна математика).

**Семестри, в яких читається курс:** 6.

**Кількість кредитів – 3.**

**Загальна кількість годин – 108 год.**

**Кількість годин на тиждень:** 3 год. (1 лекц., 2 лаб.).

**Шостий семестр:** 108 годин – 18 годин лекцій, 36 годин лабораторних занять, 54 години самостійної роботи.

**Види поточного контролю:** усне опитування, проведення самостійних робіт, виконання студентами лабораторних робіт, виконання підсумкового індивідуального завдання.

**Вид підсумкового контролю:** 6 семестр – залік.

# Тематика змістових модулів та їх основні положення

## Модуль 1.

**«Основи комп'ютерної алгебри. Системи комп'ютерної алгебри Mathematica та Maxima: основи синтаксису, виконання простих обчислень, візуалізація обчислень, розв'язування рівнянь і систем рівнянь, інтерполяція та апроксимацію числових даних різними методами»**

### **НЕ 1.1. Основні поняття комп'ютерної алгебри. Системи комп'ютерної алгебри**

Загальні відомості про системи комп'ютерної алгебри. Основні задачі, що розв'язуються за допомогою символьних обчислень. Комп'ютерна система символьних обчислень Mathematica та Maxima, їх загальна характеристика. Графічний інтерфейс користувача системи. Основи синтаксису системи. Арифметичні оператори, функції, константи. Типи даних. Вирази, їх перетворення та обчислення. Візуалізація обчислень. Приклади обчислень. [1, 2, 3, 5, 9-12]

### **НЕ 1.2. Спеціальні обчислення в Mathematica і Maxima**

Обчислення сум (обчислення сум в аналітичному та числовому вигляді, використання символу сумування, приклади обчислення сум). Обчислення добутоків (обчислення добутоків в аналітичному та числовому вигляді, використання символу множення, приклади обчислення добутоків). Табулювання функцій. Обчислення границь. Розклад функції в степеневий ряд. Обчислення похідних. [1, 2, 3, 5, 9-12]

### **НЕ 1.3. Розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь**

Розв'язування рівнянь в аналітичному вигляді (функції Solve та Roots). Числові методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь (функції NSolve, NRoots, FindRoot). Інтервальні методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Визначення коренів рівняння з використанням інтерполяції. Перевірка правильності розв'язків рівнянь. [2, 5, 8, 9-12]

### **НЕ 1.4. Розв'язування систем рівнянь**

Вектори. Визначення і операції над векторами. Ортогоналізація. Ортогоналізація багаточленів. Матриці. Матриця у вигляді таблиці. Генерація матриць. Операції над матрицями. Методи і алгоритми розв'язування систем алгебраїчних рівнянь. Комп'ютерні технології розв'язування систем алгебраїчних рівнянь (функції Solve[F,X], Solve[F,X,Y], NSolve[F,X], FindRoot[F,{X,x<sub>0</sub>}], Eliminate[F,x], матричні методи розв'язування СЛАР, особливі випадки при розв'язуванні систем рівнянь). [1, 2, 6, 8, 9-11]

### **НЕ 1.5. Інтерполяційна задача. Апроксимація числових даних**

Інтерполяція поліномами. Задання функції у вигляді набору точок. Графічні подання розв'язків. Інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона. Частково-неперервна інтерполяція. Частково-лінійна інтерполяція. Частково-кубічна інтерполяція. Сплайн-інтерполяція. Поняття про сплайн. Сплайн-інтерполяція. Сплайн на площині. Bezier-сплайн. Beziercomposite-сплайн. Апроксимація числових даних. Метод найменших квадратів. Логарифмічне перетворення. Нелінійне наближення. [1, 2, 5, 8, 9-12]

### **НЕ 1.6. Розв'язування оптимізаційних задач**

Пошук мінімального та максимального числа в списку чисел. Класичний метод визначення екстремуму аналітичної функції. Пошук локального мінімуму аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій.

Пошук глобального максимуму (мінімуму) аналітичної функції. Приклади розв'язку оптимізаційних задач. [1, 2, 3, 8, 9-11]

## Модуль 2.

**«Системи комп'ютерної алгебри Mathematica та Maxima: розв'язування оптимізаційних задач, звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь з частинними похідними, обчислення інтегралів, програмування»**

### **НЕ 2.1. Символьні і числові розв'язки диференціальних рівнянь. Числові розв'язки рівнянь у частинних похідних другого порядку.**

Символьні розв'язки звичайних диференціальних рівнянь. Звичайне диференціальне рівняння вищого порядку. Розв'язання крайової задачі

Система звичайних диференціальних рівнянь. Перший інтеграл. Однорідна система звичайних диференціальних рівнянь. Нелінійні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку. Диференціальні рівняння в частинних похідних другого порядку. Параболічне рівняння. Еліптичне рівняння. [2, 3, 4, 8, 9-12]

### **НЕ 2.2. Комп'ютерні технології обчислення інтегралів.**

Аналітичні методи обчислення інтегралів. Числові методи обчислення інтегралів. Технологія обчислення інтегралів числовими методами. Використання символу інтегралу. Використання кратних інтегралів. Використання невластних інтегралів. Табличне інтегрування. Перевірка правильності обчислення інтеграла. [1, 2, 8, 9-11]

### **НЕ 2.3. Програмування засобами систем комп'ютерної алгебри**

Функціональне програмування. Програмування, що ґрунтується на правилах перетворень. Процедурне програмування. Розробка програм. [1, 2, 4, 8, 9-12]

### **НЕ 2.4. Виконання індивідуального завдання**

Самостійне теоретичне опрацювання частини системи комп'ютерної алгебри Maxima. Розв'язування конкретної математичної задачі в Mathematica і Maxima. Оформлення результатів у вигляді звіту. [1, 2, 8, 9-12]

## Тематика лабораторних робіт, їх оцінювання і терміни здачі

Лабораторні роботи виконуються в системах комп'ютерної алгебри *Mathematica* та *Maxima*. За результатами виконання лабораторної роботи студенти формують два звіти у .pdf – форматі, один з яких містить результати виконання лабораторної роботи в *Mathematica*, а інший – в *Maxima*. Файли обов'язково повинні бути коментовані наступним чином: спочатку вказується завдання, а потім – його виконання, наступне завдання, виконання ... До .pdf – файлів додаються вихідні коди для відповідних систем.

Лабораторна робота і відповідний навчальний елемент вважаються повністю виконаними, якщо студент добре орієнтується у матеріалах відповідного навчального елемента, виконав вчасно усі завдання лабораторної роботи, належним чином вчасно оформив результати виконання лабораторної роботи.

№	Тема	Кількість годин	Кількість балів	Термін здачі (№ заняття)
1	Системи комп'ютерної математики <i>Mathematica</i> і <i>Maxima</i> . Основні можливості. Розв'язування деяких задач математичного аналізу	6	10	3
2	Розв'язування рівнянь та систем рівнянь в <i>Mathematica</i> і <i>Maxima</i> .	6	8	6
3	Інтерполяційна задача, апроксимація числових даних, розв'язування оптимізаційних задач в <i>Mathematica</i> і <i>Maxima</i> .	6	7	9
<b>Контрольна модульна робота</b>			<b>10</b>	<b>9</b>
<b>Модуль 1</b>			<b>35</b>	
4	Символьні і числові розв'язки диференціальних рівнянь, числові розв'язки рівнянь у частинних похідних другого порядку в <i>Mathematica</i> і <i>Maxima</i> .	6	10	12
5	Комп'ютерні технології обчислення інтегралів в <i>Mathematica</i> і <i>Maxima</i> .	4	5	14
6	Програмування в <i>Mathematica</i> і <i>Maxima</i> .	8	10	18
	<b>Виконання і оформлення індивідуального завдання</b>		<b>10</b>	<b>18</b>
<b>Модуль 2</b>			<b>35</b>	<b>18</b>
<b>Всього за модулі</b>			<b>70</b>	
<b>Модуль контроль (підсумковий)</b>			<b>30</b>	
<b>Всього</b>			<b>100</b>	

## Лабораторна робота №1

### Системи комп'ютерної математики Mathematica і Maxima.

#### Основні можливості. Розв'язування деяких задач математичного аналізу

##### I частина

1. Обчисліть вираз з точністю  $10+[N/3]$  знаків після коми, де  $N$  – номер варіанту
2. Спростіть вираз
3. Розкласти на множники многочлен  $P(a)$
4. Знайти залишок від ділення многочлена  $P(a)$  з завдання 3 на  $a - 1$ .
5. Знайти корені рівняння з точністю 10 знаків після коми
6. Розв'язати нерівності
7. Побудуйте графіки функцій  $y=P(a-n)$  з завдання 3 для значень параметра  $n = 1, 2, 3, 4$ , використавши для кожної лінії на графіку свої параметри (колір, тип лінії). Додайте підпис до графіка і збережіть його у форматі GIF.
8. Побудуйте графік функції, заданої в полярних координатах.
9. Протабулюйте значення функції, заданої параметрично. Побудуйте її графік.
10. Знайти обернену і транспоновану матрицю до заданої. Перевірити обернену матрицю. Знайти суму матриці і транспонованої до неї.
11. Знайти добуток, суму і різницю двох матриць.
12. Знайти корені рівняння  $Ax = b$ .

##### II частина

1. Обчисліть суму в аналітичному, числовому вигляді, а також з використанням символу додавання.
2. Обчисліть добуток в аналітичному, числовому вигляді, а також з використанням символу множення.
4. Обчисліть границю.
5. Розкладіть функцію в степеневий ряд.
6. Знайти похідну функції.
7. Знайти першу, другу і третю похідні функції.
8. Знайти  $f'_x$  і  $f'_y$  функції  $f(x, y)$ .

## Лабораторна робота №2

### Розв'язування рівнянь та систем рівнянь в Mathematica і Maxima.

##### I частина

1. Знайдіть аналітичний розв'язок рівняння.
2. Знайдіть корені полінома.
3. Знайдіть числові розв'язки алгебраїчного рівняння.
4. Знайдіть числові розв'язки трансцендентного рівняння.
5. Знайдіть числові розв'язки рівняння за допомогою інтервальних методів (метод половинного ділення, метод січних, метод дотичної). Порівняйте точність розв'язків, одержаних різними методів.
6. Визначте корені рівняння з використанням інтерполяції.
7. Перевірте правильність розв'язків рівнянь з попередніх пунктів.

##### II частина

1. Знайдіть розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь з використанням матричного методу.
2. Знайдіть аналітичний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
3. Знайдіть аналітичний розв'язок системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.
4. Знайдіть числовий розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
5. Знайдіть числовий розв'язок системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.
6. Знайдіть числовий розв'язок системи алгебраїчних рівнянь методами ітерацій.

7. Одержіть еквівалентну систему, яка буде містити два рівняння з двома невідомими, виключивши третю змінну і одне рівняння.

### **Лабораторна робота №3**

#### **Інтерполяційна задача, апроксимація числових даних, розв'язування оптимізаційних задач в Mathematica і Maxima.**

##### ***I частина***

1. Задано функцію у вигляді набору точок. Інтерполуйте функцію поліномами (інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона), виконайте частково-неперервну інтерполяцію, частково-лінійну інтерполяцію, частково-кубічну інтерполяцію, сплайн-інтерполяцію, Bezier-сплайн інтерполяцію, Beziercomposite-сплайн інтерполяцію.
2. Апроксимуйте числові дані за допомогою методу найменших квадратів, логарифмічного перетворення, нелінійного наближення.
3. Вихідні дані та результати інтерполяції та апроксимації зобразіть візуально за допомогою графіків.

##### ***II частина***

1. Знайдіть мінімальне та максимальне числа в списку чисел.
2. Знайдіть екстремум аналітичної функції.
3. Знайдіть локальний мінімум аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій.
4. Знайдіть глобальний максимум (мінімум) аналітичної функції.

### **Лабораторна робота №4**

#### **Символьні і числові розв'язки диференціальних рівнянь, числові розв'язки рівнянь у частинних похідних другого порядку в Mathematica і Maxima.**

1. Знайдіть символьний розв'язок звичайного диференціального рівняння.
2. Знайдіть розв'язок початкової задачі для звичайного диференціального рівняння.. Побудуйте його графік.
3. Знайдіть загальний розв'язок диференціального рівняння вищого порядку.
4. Знайдіть розв'язок крайової задачі для диференціального рівняння вищого порядку. Побудуйте його графік.
5. Знайдіть загальний розв'язок системи звичайних диференціальних рівнянь.
6. Знайдіть розв'язок початкової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь. Побудуйте його графік.
7. Знайдіть розв'язок початкової задачі для нелінійного диференціального рівняння. Побудуйте його графік.
8. Знайдіть розв'язок диференціального рівняння в частинних похідних першого порядку. Зобразіть розв'язок графічно.
9. Знайдіть розв'язок гіперболічного рівняння. Зобразіть розв'язок графічно.
10. Знайдіть розв'язок параболічного рівняння. Зобразіть розв'язок графічно.
11. Знайдіть розв'язок еліптичного рівняння. Зобразіть розв'язок графічно.

### **Лабораторна робота №5**

#### **Комп'ютерні технології обчислення інтегралів в Mathematica і Maxima.**

1. Знайдіть значення невизначеного інтеграла.
2. Знайдіть значення визначеного інтеграла.
3. За допомогою функцій числового інтегрування обчисліть значення визначеного інтеграла.

4. Обчисліть значення визначеного інтеграла із використанням символу інтегралу.
5. Обчисліть кратний інтеграл.
6. Знайдіть значення невластивого інтеграла.
7. Обчисліть інтеграл, якщо підінтегральна функція задана у вигляді таблиці.

## **Лабораторна робота №6** **Програмування в Mathematica і Maxima.**

Написати програму яка за допомогою наведених нижче методів інтегрування обчислить значення визначеного інтеграла. Вхідними параметрами програми є: підінтегральна функція, відрізок інтегрування, точність інтегрування.

1. Формула правих прямокутників.
2. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=1$ .
3. Формула Гауса  $n=5$ .
4. Формула Чебишева  $n=5$ .
5. Формула Маркова  $n=4$ .
6. Формула Сімпсона.
7. Правило  $3/8$ .
8. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=8$ .
9. Формула Гауса  $n=7$ .
10. Формула трапецій.
11. Формула Гауса  $n=6$ .
12. Формула Чебишева  $n=2$ .
13. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=4$ .
14. Формула парабол.
15. Формула Маркова  $n=3$ .
16. Формула середніх прямокутників.
17. Формула Маркова  $n=5$ .
18. Формула Ньютона.
19. Формула Чебишева  $n=7$ .
20. Формула лівих прямокутників.
21. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=2$ .
22. Формула Гауса  $n=4$ .
23. Формула Чебишева  $n=4$ .
24. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=6$ .
25. Формула Гауса  $n=8$ .
26. Формула Чебишева  $n=6$ .
27. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=5$ .
28. Формула Чебишева  $n=3$ .
29. Квадратурна формула Ньютона-Котеса  $n=7$ .
30. Формула Чебишева  $n=1$ .



## Тематика індивідуальних завдань, їх оцінювання і терміни здачі

Індивідуальні завдання складаються з двох частин. За оформленням індивідуальні завдання нагадують оформлення курсової роботи з титульною сторінкою, змістом, двома розділами, списком реально використаної літератури.

Перша частина – самостійне теоретичне опрацювання частини системи комп'ютерної алгебри *Mathima*. Ця частина оформляється як перший розділ звіту. Виклад матеріалу повинен бути повним, а також містити достатньо прикладів обчислень та графіків, якщо це можливо для відповідної теми.

Друга частина – розв'язування конкретної математичної задачі з вибраної теми. Ця частина оформляється як другий розділ звіту з відповідними підрозділами. Виклад матеріалу обов'язково починається з постановки задачі. Потім описується математична модель, хід розв'язання, розв'язання в системах комп'ютерної алгебри *Mathematica* та *Mathima*.

До паперового варіанту звіту з індивідуального завдання обов'язково додається вихідний текст паперового варіанту, копія у .pdf – форматі, тексти виконання індивідуального завдання для *Mathematica* та *Mathima*.

Індивідуальне завдання вважається повністю виконаним, якщо студент добре орієнтується у матеріалі запропонованого йому завдання, вчасно виконав і оформив згідно до вимог усі завдання.

### Завдання

1. Комп'ютерна система символічних обчислень *Mathima* та її загальна характеристика. Графічний інтерфейс користувача системи *Mathima*. Основи синтаксису системи *Mathima*.
2. *Mathima*. Арифметичні оператори, функції, константи. Типи даних.
3. *Mathima*. Вирази, їх перетворення та обчислення.
4. Візуалізація обчислень в *Mathima*. Табулювання функцій.
5. Обчислення сум в *Mathima* (обчислення сум в аналітичному та числовому вигляді, використання символу сумування, приклади обчислення сум).
6. Обчислення добутків в *Mathima* (обчислення добутків в аналітичному та числовому вигляді, використання символу множення, приклади обчислення добутків).
7. Обчислення границь в *Mathima*.
8. *Mathima*. Розклад функції в степеневий ряд. Обчислення похідних.
9. Розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь в аналітичному вигляді в *Mathima*.
10. *Mathima*. Числові методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Визначення коренів рівняння з використанням інтерполяції.
11. *Mathima*. Вектори. Визначення і операції над векторами. Ортогоналізація. Ортогоналізація багаточленів.
12. *Mathima*. Матриці. Матриця у вигляді таблиці. Генерація матриць. Операції над матрицями.
13. Методи і алгоритми розв'язування систем алгебраїчних рівнянь в *Mathima*.
14. *Mathima*. Інтерполяція поліномами. Інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона.
15. *Mathima*. Частково-неперервна інтерполяція, частково-лінійна інтерполяція, частково-кубічна інтерполяція.
16. *Mathima*. Сплайн-інтерполяція, сплайн на площині, *bezier*-сплайн, *beziercomposite*-сплайн.
17. *Mathima*. Апроксимація числових даних. Метод найменших квадратів. Логарифмічне перетворення. Нелінійне наближення.

18. Махіта. Пошук мінімального та максимального числа в списку чисел. Класичний метод визначення екстремуму аналітичної функції.
19. Пошук локального та глобального максимуму (мінімуму) аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій.
20. Махіта. Символьні розв'язки звичайних диференціальних рівнянь. Звичайне диференціальне рівняння вищого порядку в Махіта.
21. Розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь в Махіта.
22. Махіта. Система звичайних диференціальних рівнянь. Перший інтеграл. Однорідна система здр.
23. Махіта. Нелінійні диференціальні рівняння.
24. Махіта. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку.
25. Знаходження розв'язків гіперболічного рівняння в Махіта.
26. Знаходження розв'язків параболічного рівняння в Махіта.
27. Знаходження розв'язків еліптичного рівняння в Махіта.
28. Махіта. Аналітичні та числові методи обчислення інтегралів.
29. Обчислення кратних та невластних інтегралів. Обчислення інтеграла, якщо підінтегральна функція задана у вигляді таблиці.
30. Махіта. Розробка програм.

## Питання і завдання для самостійної роботи

*Самостійна робота студентів включає в себе підготовку до лекційних, лабораторних робіт, виконання індивідуальних завдань, а також систематично самостійне ознайомлення з системою комп'ютерної алгебри Maxima з таких питань [9-12]*

НЕ №	Питання для самостійної роботи
<b>1.1</b>	Комп'ютерна система символьних обчислень Maxima та її загальна характеристика. Графічний інтерфейс користувача системи Maxima. Основи синтаксису системи Maxima. Арифметичні оператори, функції, константи. Типи даних. Вирази, їх перетворення та обчислення. Візуалізація обчислень.
<b>1.2</b>	Обчислення сум в Maxima (обчислення сум в аналітичному та числовому вигляді, використання символу сумування, приклади обчислення сум). Обчислення добутоків (обчислення добутоків в аналітичному та числовому вигляді, використання символу множення, приклади обчислення добутоків). Табулювання функцій. Обчислення границь. Розклад функції в степеневий ряд. Обчислення похідних.
<b>1.3</b>	Розв'язування рівнянь в аналітичному вигляді в Maxima. Числові методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Інтервальні методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь. Визначення коренів рівняння з використанням інтерполяції. Перевірка правильності розв'язків рівнянь.
<b>1.4</b>	Maxima. Вектори. Визначення і операції над векторами. Ортогоналізація. Ортогоналізація багаточленів. Матриці. Матриця у вигляді таблиці. Генерація матриць. Операції над матрицями. Методи і алгоритми розв'язування систем алгебраїчних рівнянь. Комп'ютерні технології розв'язування систем алгебраїчних рівнянь.
<b>1.5</b>	Maxima. Інтерполяція поліномами. Задання функції у вигляді набору точок. Графічні подання розв'язків. Інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона. Частково-неперервна інтерполяція. Частково-лінійна інтерполяція. Частково-кубічна інтерполяція. Сплайн-інтерполяція. Поняття про сплайн. Сплайн-інтерполяція. Сплайн на площині. Bezier-сплайн. Beziercomposite-сплайн. Апроксимація числових даних. Метод найменших квадратів. Логарифмічне перетворення. Нелінійне наближення.
<b>2.1</b>	Maxima. Пошук мінімального та максимального числа в списку чисел. Класичний метод визначення екстремуму аналітичної функції. Пошук локального мінімуму аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій. Пошук глобального максимуму (мінімуму) аналітичної функції. Приклади розв'язку оптимізаційних задач.
<b>2.2</b>	Maxima. Символьні розв'язки звичайних диференціальних рівнянь. Звичайне диференціальне рівняння вищого порядку. Розв'язання крайової задачі. Система звичайних диференціальних рівнянь. Перший інтеграл. Однорідна система здр. Нелінійні диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку. Диференціальні рівняння в частинних похідних другого порядку. Параболічне рівняння. Еліптичне рівняння.
<b>2.3</b>	Maxima. Аналітичні методи обчислення інтегралів. Числові методи обчислення інтегралів. Технологія обчислення інтегралів числовими методами. Використання символу інтегралу. Використання кратних інтегралів. Використання невластних інтегралів. Табличне інтегрування. Перевірка правильності обчислення інтеграла.
<b>2.4</b>	Maxima. Функціональне програмування. Програмування, що ґрунтується на правилах перетворень. Процедурне програмування. Розробка програм.

## Питання для поточного контролю набутих знань

*Усні та письмові опитування не виходять за межі матеріалу, розглянутого на лекційних заняттях, опрацьованого самостійно і на лабораторних заняттях.*

### **Модуль 1**

1. Загальні відомості про системи комп'ютерної алгебри. Основні задачі, що розв'язуються за допомогою символьних обчислень.
2. Комп'ютерна система символьних обчислень Mathematica та її загальна характеристика.
3. Графічний інтерфейс користувача системи Mathematica.
4. Основи синтаксису системи Mathematica.
5. Арифметичні оператори, функції, константи.
6. Типи даних.
7. Вирази, їх перетворення та обчислення. Приклади обчислень.
8. Візуалізація обчислень.
9. Обчислення сум (обчислення сум в аналітичному та числовому вигляді, використання символу сумування, приклади обчислення сум).
10. Обчислення добутоків (обчислення добутоків в аналітичному та числовому вигляді, використання символу множення, приклади обчислення добутоків).
11. Табулювання функцій.
12. Обчислення границь.
13. Розклад функції в степеневий ряд.
14. Обчислення похідних.
15. Розв'язування рівнянь в аналітичному вигляді (функції Solve та Roots).
16. Числові методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь (функції NSolve, NRoots, FindRoot).
17. Інтервальні методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь.
18. Визначення коренів рівняння з використанням інтерполяції.
19. Перевірка правильності розв'язків рівнянь.
20. Вектори. Визначення і операції над векторами. Ортогоналізація. Ортогоналізація багаточленів.
21. Матриці. Матриця у вигляді таблиці. Генерація матриць. Операції над матрицями.
22. Методи і алгоритми розв'язування систем алгебраїчних рівнянь.
23. Комп'ютерні технології розв'язування систем алгебраїчних рівнянь (функції Solve[F,X], Solve[F,X,Y], NSolve[F,X], FindRoot[F,{X,x<sub>0</sub>}], Eliminate[F,x], матричні методи розв'язування СЛАР, особливі випадки при розв'язуванні систем рівнянь).
24. Інтерполяція поліномами. Задання функції у вигляді набору точок. Графічні подання розв'язків. Інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона.
25. Частково-неперервна інтерполяція. Частково-лінійна інтерполяція. Частково-кубічна інтерполяція.
26. Сплайн-інтерполяція. Поняття про сплайн. Сплайн-інтерполяція. Сплайн на площині. Bezier-сплайн. Beziercomposite-сплайн.
27. Апроксимація числових даних. Метод найменших квадратів. Логарифмічне перетворення. Нелінійне наближення.
28. Пошук мінімального та максимального числа в списку чисел.
29. Класичний метод визначення екстремуму аналітичної функції.
30. Пошук локального мінімуму аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій системи Mathematica.
31. Пошук глобального максимуму (мінімуму) аналітичної функції.
32. Приклади розв'язку оптимізаційних задач.

### **Модуль 2**

1. Символьні рішення звичайних диференціальних рівнянь.

2. Звичайне диференціальне рівняння вищого порядку. Розв'язання крайової задачі
3. Система звичайних диференціальних рівнянь. Перший інтеграл. Однорідна система здр.
4. Нелінійні диференціальні рівняння.
5. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку.
6. Диференціальні рівняння в частинних похідних другого порядку. Параболічне рівняння. Еліптичне рівняння.
7. Аналітичні методи обчислення інтегралів.
8. Числові методи обчислення інтегралів.
9. Технологія обчислення інтегралів числовими методами.
10. Використання символу інтегралу.
11. Використання кратних інтегралів.
12. Використання невласних інтегралів.
13. Табличне інтегрування.
14. Перевірка правильності обчислення інтеграла.
15. Функціональне програмування.
16. Програмування, що ґрунтується на правилах перетворень.
17. Процедурне програмування.
18. Розробка програм.

## **Модуль контроль (підсумковий)**

*Модуль контроль складається з двох теоретичних питань і п'яти задач (тематика задач не виходить за межі завдань, що розглядалися та були пророблені на лабораторних заняттях та самостійно).*

1. Загальні відомості про системи комп'ютерної алгебри. Основні задачі, що розв'язуються за допомогою символічних обчислень.
2. Комп'ютерна система символічних обчислень Mathematica та її загальна характеристика.
3. Графічний інтерфейс користувача системи Mathematica.
4. Основи синтаксису системи Mathematica.
5. Арифметичні оператори, функції, константи.
6. Типи даних.
7. Вирази, їх перетворення та обчислення. Приклади обчислень.
8. Візуалізація обчислень.
9. Обчислення сум (обчислення сум в аналітичному та числовому вигляді, використання символу сумування, приклади обчислення сум).
10. Обчислення добутоків (обчислення добутоків в аналітичному та числовому вигляді, використання символу множення, приклади обчислення добутоків).
11. Табулювання функцій.
12. Обчислення границь.
13. Розклад функції в степеневий ряд.
14. Обчислення похідних.
15. Розв'язування рівнянь в аналітичному вигляді (функції Solve та Roots).
16. Числові методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь (функції NSolve, NRoots, FindRoot).
17. Інтервальні методи розв'язування алгебраїчних і трансцендентних рівнянь.
18. Визначення коренів рівняння з використанням інтерполяції.
19. Перевірка правильності розв'язків рівнянь.
20. Вектори. Визначення і операції над векторами. Ортогоналізація. Ортогоналізація багаточленів.
21. Матриці. Матриця у вигляді таблиці. Генерація матриць. Операції над матрицями.
22. Методи і алгоритми розв'язування систем алгебраїчних рівнянь.

23. Комп'ютерні технології розв'язування систем алгебраїчних рівнянь (функції Solve[F,X], Solve[F,X,Y], NSolve[F,X], FindRoot[F,{X,x<sub>0</sub>}], Eliminate[F,x], матричні методи розв'язування СЛАР, особливі випадки при розв'язуванні систем рівнянь).
24. Інтерполяція поліномами. Задання функції у вигляді набору точок. Графічні подання розв'язків. Інтерполяційні форми Лагранжа і Ньютона.
25. Частково-неперервна інтерполяція. Частково-лінійна інтерполяція. Частково-кубічна інтерполяція.
26. Сплайн-інтерполяція. Поняття про сплайн. Сплайн-інтерполяція. Сплайн на площині. Bezier-сплайн. Beziercomposite-сплайн.
27. Апроксимація числових даних. Метод найменших квадратів. Логарифмічне перетворення. Нелінійне наближення.
28. Пошук мінімального та максимального числа в списку чисел.
29. Класичний метод визначення екстремуму аналітичної функції.
30. Пошук локального мінімуму аналітичної функції за допомогою вбудованих функцій системи Mathematica.
31. Пошук глобального максимуму (мінімуму) аналітичної функції.
32. Приклади розв'язку оптимізаційних задач.
33. Символьні рішення звичайних диференціальних рівнянь.
34. Звичайне диференціальне рівняння вищого порядку. Розв'язання крайової задачі
35. Система звичайних диференціальних рівнянь. Перший інтеграл. Однорідна система здр.
36. Нелінійні диференціальні рівняння.
37. Диференціальні рівняння в частинних похідних першого порядку.
38. Диференціальні рівняння в частинних похідних другого порядку. Параболічне рівняння. Еліптичне рівняння.
39. Аналітичні методи обчислення інтегралів.
40. Числові методи обчислення інтегралів.
41. Технологія обчислення інтегралів числовими методами.
42. Використання символу інтегралу.
43. Використання кратних інтегралів.
44. Використання невластних інтегралів.
45. Табличне інтегрування.
46. Перевірка правильності обчислення інтеграла.
47. Функціональне програмування.
48. Програмування, що ґрунтується на правилах перетворень.
49. Процедурне програмування.
50. Розробка програм.

## Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів за шкалою ECTS та національною шкалою

*Форми проведення поточного контролю, їх періоди визначаються робочим планом викладача.*

*Поточний контроль проводиться у вигляді усного опитування, виконання лабораторних робіт, написання самостійної роботи за модулем I, виконання підсумкового індивідуального завдання.*

*Лабораторна робота і відповідний навчальний елемент вважаються повністю виконаними, якщо студент добре орієнтується у матеріалах відповідного навчального елемента, виконав вчасно усі завдання лабораторної роботи, належним чином вчасно оформив результати виконання лабораторної роботи. Індивідуальне завдання вважається повністю виконаним, якщо студент добре орієнтується у матеріалі запропонованого йому завдання, вчасно виконав і оформив відповідно згідно до вимог усі завдання.*

*Форми підсумкового семестрового контролю визначаються навчальним планом спеціальності. Для даної спеціальності встановлено семестровий залік по завершенню вивчення дисципліни.*

### **Шкала оцінок контролю знань студентів**

*Оцінювання знань студентів виконується згідно порядку оцінювання знань студентів в умовах кредитно-модульної системи організації навчального процесу.*

### **Критерії оцінки знань, складання іспиту**

*Критерії оцінки успішності повинні відповідати навчальній програмі й найбільш важливим вимогам до знань студентів:*

1. *Знання фактів, явищ. Вірне, науково достовірне їх пояснення.*
2. *Оволодіння науковими термінами, поняттями, законами, методами, правилами; вміння користуватися ними при поясненні нових фактів, розв'язуванні різних питань і виконанні практичних завдань.*
3. *Максимальна ясність, точність викладу думки, вміння відстоювати свої погляди, захищати їх.*
4. *Знання повинні мати практичну значимість: застосування їх безпосередньо на комп'ютері.*

*Усні відповіді повинні бути повними, логічними, доказовими. Письмові відповіді, у тому числі звіти про самостійні, індивідуальні роботи повинні бути виконані з точним дотриманням методичних вказівок, інструкцій, акуратно оформлені.*

<b>Оцінка ECTS</b>	<b>Критерії</b>	<b>За 100-бальною шкалою</b>	<b>За національною шкалою</b>
<b>A</b>	відмінний рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу з, можливими, незначними недоліками	<b>90 – 100</b> балів	<b>зараховано</b>
<b>B</b>	достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов'язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок	<b>82-89</b> балів	
<b>C</b>	в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок	<b>75-81</b> балів	
<b>D</b>	посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності	<b>69-74</b> балів	
<b>E</b>	мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)	<b>60-68</b> балів	
<b>FX</b>	незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання	<b>35-59</b> балів	<b>незараховано</b>
<b>F</b>	дуже поганий рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни	<b>0-34</b> балів	

## Список рекомендованой літератури

1. Воробьев Е. М. Математика. Введение в систему символьных, графических и численных вычислений. – Диалог-МИФИ, 2005. – 368
2. Половко А.М. Mathematica для студента. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 368 с.: ил.
3. Лега Ю.Г. Прикладні методи комп'ютерного моделювання в середовищі Mathematica [Електронний ресурс] / Ю.Г. Лега, В.В. Мельник, О.М. Папуша; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2011. – 188 с.
4. Дьяконов В.П. Mathematica 5.1, 5.2, 6. Программирование и математические вычисления. – М.: ДМК-Пресс, 2008. – 576 с.: ил.
5. Чигарев А.В., Кравчук А.И., Кравчук А.С. Основы системы Mathematica 4.0. Задачи и решения: Учебное пособие. – Минск: 2002. – 150 с.
6. Бурзалова Т.В. Приемы решения задач по дискретной математике с использованием компьютерной системы Mathematica. – Улан-Удэ: Издательство Бурятского госуниверситета, 2002. – 300 с.
7. Экономико-математические расчеты в системе МАТЕМАТИКА: Учеб. пособие для студентов экон. фак. БГУ / Авт.-сост. И. В. Большакова, В. С. Мастяница; Под общ. ред. М. М. Ковалева. – Мн.: БГУ, 2005. – 128 с.
8. Sal Mangano. Mathematica Cookbook. – O'REILLY Media, 2010. – 828 p.
9. Чичкарёв Е.А. Компьютерная математика с Maxima: Руководство для школьников и студентов – М. : ALT Linux, 2009. – 233 с. : ил. – (Библиотека ALT Linux).
10. Стахин Н.А. Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений Maxima. (ПО для решения задач аналитических (символьных) вычислений): Учебное пособие. – Москва: 2008. — 86 с.
11. Губина Т. Н., Андропова Е. В. Решение дифференциальных уравнений в системе компьютерной математики Maxima: учебное пособие. – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2009. – 99 с.
12. Ильина В.А. Силаев П.К. Система аналитических вычислений MAXIMA для физиков-теоретиков. – Москва: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2007. – 112 с.